

# Mathematik für Informatiker

## Mathematik 2

Jörn Loviscach, Torsten Mehrwald  
7. März 2003

Maximale Punktzahl: 22, Mindestpunktzahl: 7

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung (selbstverfasst, drei Seiten, mit bloßem Auge lesbar, einseitig beschrieben, mit abzugeben), *kein* Taschenrechner, *keine* andere Formelsammlung, *kein* Skript

Nachname	Vorname
Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

1. Auf  $\mathbb{R}^2$  sei eine Funktion  $f$  durch  $f(x, y) := \sin(\pi\sqrt{x^2 + y^2})$  definiert. Skizzieren Sie auf  $[-1, 1] \times [-1, 1]$  die Menge der Punkte  $(x, y)$  mit  $f(x, y) = 0$ . 2 P.
2. Von einer Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  sei gefordert, dass ihre Rechenvorschrift die Form  $f(x, y) = x^2 + axy + b$  hat (mit zunächst unbekanntem Zahlen  $a$  und  $b$ ) und dass ihr Graph die Ebene  $z = 7 + 2x + 3y$  an der Stelle  $(x, y) = (1, 0)$  tangential berührt. Wie kann man  $a$  und  $b$  wählen, damit das stimmt? 3 P.
3. Integrieren Sie die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y) := x^2 + y$  über das Dreieck mit den Eckpunkten  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  und  $(1, 2)$ . 2 P.
4. Geben Sie eine Rechenvorschrift für eine parametrisierte Kurve an, die im Punkt  $(0, 1)$  startet, die  $x$ -Achse an  $(1, 0)$  tangential berührt und 2 P.

im Punkt  $(2, 1)$  endet. Der Parameter der Kurve soll dabei von 0 bis 7 laufen. (keine eindeutige Lösung)

5. Eine Welle  $f$  sei für  $t \in [0, 3)$  definiert durch 3 P.

$$f(t) := \begin{cases} 0, & \text{falls } 0 \leq t < 2, \\ e^t, & \text{falls } 2 \leq t < 3. \end{cases}$$

Diese Funktion  $f$  sei periodisch auf alle  $t \in \mathbb{R}$  ausgedehnt. Bestimmen Sie ihren Gleichspannungsanteil sowie den komplexen Fourier-Koeffizienten  $c_5$ .

6. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung 3 P.

$$\frac{y}{2} + 4 \frac{dy}{dt} = 8t.$$

7. Für einen idealen Schwingkreis, der einen Kondensator der Kapazität  $C$  und eine Induktivität  $L$  enthält, gilt die Differentialgleichung 2 P.

$$L \frac{d^2 I(t)}{dt^2} + \frac{I(t)}{C} = 0.$$

Gesetzt den Fall, man weiß, dass  $I(0) = 3$  Ampere. Was folgt daraus für den Zeitverlauf der Stromstärke  $I(t)$ ?

8. Eine Firma produziert Fernsehapparate. Aus langjähriger Erfahrung weiß man, dass von 100 frisch produzierten Geräten 4 einen Defekt haben. Um möglichst keine defekten Geräte auszuliefern, führt der Hersteller eine Endkontrolle durch. Allerdings schlüpfen auch bei der Endkontrolle einige defekte Geräte durch. Die Endkontrolle soll so perfektioniert werden, dass im Schnitt nur eines von 1000 ausgelieferten Geräten defekt ist. Also: Wenn ein defektes Gerät in die Endkontrolle kommt, mit mindestens welcher Wahrscheinlichkeit muss es dort auffallen? 2 P.

9. Die Zufallsvariable  $X$  beschreibe die Reparaturzeit (in Stunden) eines Fernsehers. Ihre Dichtefunktion sei gegeben als 3 P.

$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{falls } x < 0, \\ \frac{1}{5} e^{-x/5} & \text{falls } x \geq 0, \end{cases} .$$

Nach minimal welcher Zeit ist die Reparatur mit 90-prozentiger Wahrscheinlichkeit beendet? Und wie lange dauert eine Reparatur im Mittel? Rechenweg!