

Mathematik für Informatiker

Klausur: Mathematik 1

Jörn Loviscach
10. April 2002

Maximale Punktzahl: 36, Mindestpunktzahl: 12

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel:

Formelsammlung (selbstverfasst, drei Seiten, mit bloßem Auge lesbar, einseitig beschrieben, mit abzugeben),
kein Taschenrechner, keine andere Formelsammlung, kein Skript

Nachname	Vorname
Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

1. Sei z eine komplexe Zahl. Ist $z^{42} = 0$ für $z = 0$ hinreichend oder notwendig oder beides oder keines von beiden? 1 P.
2. Schreiben Sie das Intervall $(1, 2]$ als Differenzmenge zweier Intervalle. (Lösung nicht eindeutig) 1 P.
3. Geben Sie eine komplexe Zahl z an, für die gilt: $(1 + 2i)z = 4$. Schreiben Sie z in der Form $a + bi$ mit reellen Zahlen a und b . 1 P.
4. Seien a, b und x positive reelle Zahlen. Lösen Sie nach x auf: $\sqrt[a]{b/2^x} = 3$. 1 P.
5. Schreiben Sie das reelle Polynom $p(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ vollständig in (ggf. komplexe) Linearfaktoren zerlegt. Hinweis: p hat die Eigenschaft $p(2) = 0$. 2 P.
6. Zwei Geraden im \mathbb{R}^2 schneiden sich senkrecht im Punkt $(2, 3)$. Die erste Gerade enthält außerdem den Punkt $(4, 7)$. Geben Sie eine Gleichung für die zweite Gerade an. 2 P.

7. Eine Punktspiegelung des \mathbb{R}^2 mit zunächst unbekanntem Zentrum bildet den Punkt $(3, 6)$ auf den Punkt $(3, 2)$ ab. Bestimmen Sie rechnerisch das Zentrum der Punktspiegelung. 2 P.
8. Eine Ebene im \mathbb{R}^3 enthalte die Punkte $(0, 0, 1)$, $(0, 1, 2)$ und $(1, 1, 2)$. Eine andere Ebene im \mathbb{R}^3 enthalte die Punkte $(1, 1, 0)$, $(1, 2, 0)$ und $(1, 1, 2)$. Bestimmen Sie rechnerisch die Schnittmenge dieser beiden Ebenen. 3 P.
9. Bestimmen Sie die reellen Eigenwerte der Matrix $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. 2 P.
10. Skizzieren Sie in der komplexen Zahlenebene alle z , die $z^4 = i$ erfüllen. 2 P.
11. Ist die Folge $(n^2 - 3n)/(4n^2 + 7\sqrt{n})$ mit $n = 1, 2, 3, \dots$ für $n \rightarrow \infty$ konvergent? Wenn ja, was ist ihr Grenzwert? 1 P.
12. Besitzt die auf \mathbb{R} durch $f(x) = (4x^5 + 3x^4 + 7)/(2x^4 + 3)$ definierte Funktion f für $x \rightarrow \pm\infty$ eine Asymptotengerade? Wenn ja, welche? 2 P.
13. Rechnen Sie aus (nicht weiter vereinfachen): 2 P.

$$\frac{d}{dx} \left(\sqrt[3]{x} + \sin(7x) + \frac{2x^3 + 1}{1 + x^2} \right)$$

14. Eine Funktion f habe den Definitionsbereich $[1, 2]$ und sei bestimmt durch $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. Was ist der größte Wert, den die Funktion auf ihrem Definitionsbereich annimmt? Vollständige Begründung! 2 P.
15. Finden Sie eine Stammfunktion zu $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x \cos(x^2 - 9)$. 1 P.
16. Berechnen Sie: 3 P.

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 - 7x + 12}$$

17. Berechnen Sie z. B. per partieller Integration (Rechenweg!): 2 P.

$$\int_1^2 x^2 \ln(x) dx$$

18. Schätzen Sie $\int_{-2}^2 \exp(-x^2) dx$ per Simpson-Verfahren (zwei Doppelstreifen). 2 P.

19. Entwickeln Sie die auf \mathbb{R} durch $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$ definierte Funktion f an $x = 1$ bis einschließlich der zweiten Ordnung nach Taylor. 2 P.

20. Bestimmen Sie eine unendliche Reihe, die sich summiert zu: 2 P.

$$\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} dx$$