Mathematatik für Ingenieure (MI)
Klausur: MAI 3 (Integralrechnung)

Jörn Loviscach
25. September 2001

Maximale Punktzahl: 26, Mindestpunktzahl: 9
Dauer: 90 Minuten
Hilfsmittel: keine
(d. h. kein Taschenrechner, keine Formelsammlung, kein Skript)

Nachname	Vorname

Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

1. Eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch $f(x) = (3x-2)^4$. Geben Sie eine Stammfunktion von f an. — 1 P.

2. Eine Funktion $g : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch $g(u) = 1/(u-2)$. Geben Sie eine Stammfunktion von g an (Vorsicht: auch für $u < 2$). — 1 P.

3. Eine Funktion $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch $h(z) = z^2 \cos(2z^3 + 1)$. Geben Sie eine Stammfunktion von h an. — 2 P.

4. Berechnen Sie durch partielle Integration: — 2 P.
$$\int_1^2 x \ln(x)\, dx$$

5. Berechnen Sie durch Substitution: — 2 P.
$$\int_3^4 \sqrt{2+\cos(x)}\, \sin(x)\, dx$$

6. Berechnen Sie: 3 P.
$$\int_2^3 \frac{x}{x^2+x-2}\,dx$$

7. Berechnen Sie durch partielle Integration: 2 P.
$$\int_0^\infty xe^{-x}\,dx$$

8. Berechnen Sie die Oberfläche (ohne Grundkreis) einer Kappe der Höhe 1 einer Kugel mit Radius 4. Hinweis: $f(x) = \sqrt{4^2 - x^2}$. 2 P.

9. Ein zylindersymmetrisches Fass habe die Höhe 1. Auf der Höhe h über der Grundfläche betrage sein Radius $h - h^2 + \frac{1}{4}$. Bestimmen Sie sein Volumen. (Ergebnis genügt als Summe von Brüchen) 2 P.

10. Auf $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$ sei eine Funktion f durch $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y}$ definiert. Schätzen Sie durch lineare Näherung am Punkt $(1, 3)$ den Wert von f an (0,99, 3,02). 2 P.

11. Im $\mathbb{R}^3$ sei eine Fläche durch $z = \exp(x - y^2)$ definiert. Bestimmen Sie eine Ebenengleichung für die Tangentialebene an den Punkt $(x, y, z) = (4, 2, 1)$ dieser Fläche. 2 P.

12. Auf $\mathbb{R}^2$ sei eine Funktion f durch $f(x, y) = x^3 - 9x^2 + 24x + y^2$ definiert. Besitzt f lokale Minima? Wenn ja, an welchen Punkten (x, y)? Begründung! 3 P.

13. Auf $\mathbb{R}^2$ sei für $(x, y) \neq (0, 0)$ eine Funktion f definiert durch $f(x, y) = x^3 + xy^2$. Integrieren Sie diese über die rechte Hälfte der Einheitskreisscheibe. (Polarkoordinaten!) 2 P.