

# Mathematik für Informatiker

## Klausur: Mathematik 1

Jörn Loviscach  
25. September 2001

Maximale Punktzahl: 31, Mindestpunktzahl: 11

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel:

Formelsammlung (selbstverfasst, drei Seiten, mit bloßem Auge lesbar, einseitig beschrieben, mit abzugeben),

kein Taschenrechner, keine andere Formelsammlung, kein Skript

Nachname	Vorname
Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

1. Sei  $x$  eine reelle Zahl. Ist  $x^2 = 4$  hinreichend für  $x^3 = -8$  oder notwendig dafür oder keines von beiden? 1 P.
2. Schreiben Sie das Intervall  $[-1, 2)$  als Schnittmenge zweier voneinander verschiedener Intervalle. (Lösung nicht eindeutig) 1 P.
3. Bestimmen Sie eine reelle Zahl  $a$ , sodass  $(a + 2i)^2 = -8i$ , wobei  $i$  die imaginäre Einheit ist. 2 P.
4. Seien  $a$ ,  $b$  und  $x$  positive reelle Zahlen,  $a \neq 1$ . Lösen Sie nach  $x$  auf:  $\log_a(x^b) = 3$ . 1 P.
5. Durch die Punkte  $(1, 2)$  und  $(2, 5)$  des  $\mathbb{R}^2$  verläuft genau eine Gerade. Geben Sie zwei Punkte dieser Geraden an, die voneinander den Abstand  $\sqrt{40}$  haben. (Lösung nicht eindeutig) 2 P.
6. Bestimmen Sie eine reelle Zahl  $a$ , sodass die Punkte  $(1, 1, 0)$ ,  $(1, 3, 0)$ ,  $(1, 3, a)$  im  $\mathbb{R}^3$  ein Dreieck aufspannen, das die Fläche 1 besitzt. (Lösung nicht eindeutig) 2 P.

7. Eine Drehung des  $\mathbb{R}^2$  um  $90^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn mit unbekanntem Drehungszentrum bilde den Punkt  $(1, 2)$  auf  $(3, 0)$  ab. Bestimmen Sie das Drehungszentrum rechnerisch. 2 P.
8. Eine Ebene im  $\mathbb{R}^3$  enthalte die Punkte  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 3)$  und  $(2, 3, 4)$ . Bestimmen Sie die Schnittmenge dieser Ebene mit der Geraden, die durch  $(2, 4, 6)$  und  $(4, 6, 8)$  verläuft. 2 P.
9. Bestimmen Sie alle reellen Eigenwerte der Matrix  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ . 2 P.
10. Geben Sie eine komplexe Zahl  $z \neq 2$  an, die  $z^3 = 8$  erfüllt. (Lösung als Formel; nicht eindeutig) 2 P.
11. Ist die Folge  $\frac{4n^3 + 2n}{3 + \sin(n) + n^3}$  mit  $n = 1, 2, 3, \dots$  für  $n \rightarrow \infty$  konvergent? Wenn ja, was ist ihr Grenzwert? 1 P.
12. Rechnen Sie aus (nicht weiter vereinfachen): 2 P.
- $$\frac{d}{dx} \left( (2x + 3)^4 + \sin(x^2) + \frac{x}{1 + x^2} \right)$$
13. Eine Funktion  $f$  habe den Definitionsbereich  $[0, 4]$  und sei bestimmt durch  $f(x) = x^2 - 4x$ . Was ist der kleinste Wert, den die Funktion auf ihrem Definitionsbereich annimmt? Vollständige Begründung! 2 P.
14. Finden Sie eine Stammfunktion zu  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \cos(3x - 2)$ . 1 P.
15. Berechnen Sie z. B. per Substitution (Rechenweg!): 2 P.
- $$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos(x)}{(\sin(x))^2} dx$$
16. Schätzen Sie  $\int_0^\pi \frac{dx}{2 + \sin(x)}$  per Simpson-Verfahren (ein Doppelstreifen). 2 P.
17. Entwickeln Sie die für  $x \in \mathbb{R}^+$  durch  $f(x) = \ln(x)$  definierte Funktion  $f$  an  $x = 2$  bis einschließlich der zweiten Ordnung nach Taylor. 2 P.
18. Bestimmen Sie eine unendliche Reihe, die sich summiert zu: 2 P.

$$\int_0^1 \frac{\cos(x) - 1}{x} dx$$