

Mathematik für Ingenieure

Probeklausur: Differentialrechnung

Jörn Loviscach
4. Februar 2001

Maximale Punktzahl: 30, Mindestpunktzahl: 10

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel: keine

(d. h. kein Taschenrechner, keine Formelsammlung, kein Skript)

1. Geben Sie eine Rechenvorschrift für das allgemeine Folgenglied a_n an: 1 P.

n		1	2	3	4	...
a_n		1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{16}$...

2. Geben Sie eine Rechenvorschrift für das allgemeine Folgenglied a_n an: 2 P.

n		1	2	3	4	...
a_n		$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{16}$...

3. Ist die Folge $\frac{\sin(3n)}{n^2}$, $n = 1, 2, 3, \dots$, konvergent? Wenn ja, was ist ihr Grenzwert? 1 P.

4. Ist die Folge $\frac{n^3+n}{2n^2+1}$, $n = 1, 2, 3, \dots$, konvergent? Wenn ja, was ist ihr Grenzwert? 2 P.

5. Geben Sie eine Folge a_n , $n = 1, 2, 3, \dots$, an, sodass $n^4 a_n$ für $n \rightarrow \infty$ konvergiert. 1 P.

6. Zeigen Sie, dass die Folge $10^{\sin(3n)}$, $n = 1, 2, 3, \dots$, nach oben beschränkt ist. 2 P.

7. Geben Sie die Summe der Reihe $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^k} + \dots$ an. 1 P.
8. Geben Sie die Nullstellen der auf $\mathbb{R} \setminus \{-3, 4\}$ definierten Funktion $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{4x^2 - 4x - 48}$ an. 1 P.
9. An welchen Stellen $x \in \mathbb{R}$ ist die Rechenvorschrift $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{2x^2 - 6x - 20}$ nicht definiert? Welche Stellen davon sind Polstellen, welche nicht? 2 P.
10. Besitzt die auf $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = \frac{x^4 + 8x^3}{x^2 + 5}$ definierte Funktion eine Asymptotengerade für $x \rightarrow \pm\infty$? Wenn ja, welche? 1 P.
11. Skizzieren Sie schematisch, wie die auf $\mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$ durch die Rechenvorschrift $f(x) = \frac{x-2}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$ definierte Funktion f für $x \downarrow 3$ und für $x \uparrow 3$ ins Unendliche läuft. 2 P.
12. Bestimmen Sie den Grenzwert von $\sin(x) \cos(e^x)$ für $x \rightarrow 0$, $x \neq 0$. 1 P.
13. Begründen Sie, warum die auf $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = x^{42} + 3x^2$ definierte Funktion für mindestens ein x den Wert 3 annehmen muss. 1 P.
14. Bestimmen Sie $\frac{d^3}{dx^3}(x^4 + 3x^2 - 2)$. 1 P.
15. Bestimmen Sie $\frac{d}{dv} \left(\frac{\sin(v)}{2+v^4} \right)$. (Ergebnis nicht weiter vereinfachen) 2 P.
16. An welcher Stelle $x \in \mathbb{R}$ besitzt $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ ein lokales Minimum? Begründen Sie, dass es sich um ein lokales Minimum handelt. 2 P.
17. Ist die auf $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = e^{-x^3 - x}$ definierte Funktion streng monoton wachsend oder streng monoton fallend oder keines von beiden? Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P.
18. Bestimmen Sie, an welchen Stellen x sich Wendepunkte der Funktion f befinden, die für $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = x^3 - 15x^2 + 71x - 130$ definiert ist. 2 P.
19. Berechnen Sie den Grenzwert von $\frac{x^3 - 4x}{x^3 - x^2 - 4}$ für $x \rightarrow 2$, $x \neq 2$, mit der Regel von L'Hospital. 1 P.
20. Entwickeln Sie \sqrt{x} an der Stelle $x = 4$ nach Taylor bis zur zweiten Ordnung (einschließlich). 3 P.