Mathematik für Ingenieure
Klausur: Differentialrechnung

Jörn Loviscach
27. September 2001

Maximale Punktzahl: 29, Mindestpunktzahl: 10
Dauer: 90 Minuten
Hilfsmittel: keine
(d. h. kein Taschenrechner, keine Formelsammlung, kein Skript)

Nachname	Vorname

Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

1. Geben Sie eine Rechenvorschrift für das allgemeine Folgenglied a_n an: 1 P.

$$\begin{array}{c|ccccc} n & 1 & 2 & 3 & 4 & \dots \\ \hline a_n & \frac{2}{2} & \frac{4}{3} & \frac{6}{4} & \frac{8}{5} & \dots \end{array}$$

2. Geben Sie eine Rechenvorschrift für das allgemeine Folgenglied a_n an: 2 P.

$$\begin{array}{c|ccccc} n & 1 & 2 & 3 & 4 & \dots \\ \hline a_n & 1\frac{1}{2} & 2\frac{1}{4} & 1\frac{7}{8} & 2\frac{1}{16} & \dots \end{array}$$

3. Geben Sie eine Folge positiver reeller Zahlen a_n, $n = 1, 2, 3, \ldots$, an, sodass $\ln(a_n)$ für $n \to \infty$ **nicht** konvergiert. 1 P.

4. Ist die Folge $\frac{4n^3+2}{2n+3n^2}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, konvergent? Wenn ja, was ist ihr Grenzwert? 1 P.

5. Ist die Folge $\frac{n+\sin(n)}{n^2+(1/n)}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, konvergent? Wenn ja, was ist ihr Grenzwert? 2 P.

6. Existiert folgender Grenzwert? Wenn ja, geben Sie ihn an. 1 P.

$$\lim_{x\to 1} \frac{\cos(x)}{x^2 - x}$$

7. Geben Sie die Summe der Reihe $-\frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{27}{64} + \ldots$ an. 1 P.

8. Geben Sie die Nullstellen der auf $\mathbb{R} \setminus \{2,3\}$ definierten Funktion $f(x) = \frac{(x^2-x)e^x}{x^2-5x+6}$ an. 1 P.

9. An welchen Stellen $x \in \mathbb{R}$ ist die Rechenvorschrift $f(x) = \frac{x^3+6x^2-12x-8}{3x^2-9x+6}$ nicht definiert? Welche Stellen davon sind Polstellen, welche nicht? 2 P.

10. Besitzt die auf $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = \frac{3x^8-x+4}{2x^6+x^4+3}$ definierte Funktion eine Asymptotengerade für $x \to \pm\infty$? Wenn ja, welche? 2 P.

11. Skizzieren Sie schematisch, wie die auf $\mathbb{R} \setminus \{1,-1\}$ durch die Rechenvorschrift $f(x) = \frac{x-2}{x^3-x^2-x+1}$ definierte Funktion f für $x \downarrow 1$ und für $x \uparrow 1$ ins Unendliche läuft. (Rechenweg!) 2 P.

12. Begründen Sie, warum die auf $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = \exp(\cos(x) - x^2)$ definierte Funktion für mindestens ein x den Wert $\frac{1}{10}$ annehmen muss. 1 P.

13. Bestimmen Sie $\frac{d^3}{dx^3}(x^5 - 3x^2 + x)$. 1 P.

14. Bestimmen Sie $\frac{d}{dz}\left(\ln\left(\frac{z+\sin(z)}{1+z^4}\right)\right)$. (Ergebnis nicht weiter vereinfachen) 2 P.

15. An welcher Stelle $x \in \mathbb{R}$ besitzt $f(x) = x^3 - 12x + 5$ ein lokales Minimum? Begründen Sie, dass es sich um ein lokales Minimum handelt. 2 P.

16. Ist die auf $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = x + \frac{\sin(x)}{2}$ definierte Funktion monoton wachsend oder monoton fallend oder keines von beiden? Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P.

17. Bestimmen Sie, an welchen Stellen x sich Wendepunkte der Funktion f befinden, die für $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = x^3 + 12x^2 - 9x - 6$ definiert ist. 2 P.

18. Berechnen Sie den Grenzwert von $\frac{1-\cos(x^2-4)}{x^2-x-2}$ für $x \to 2$, $x \neq 2$, mit der Regel von L'Hospital. 1 P.

19. Entwickeln Sie $\sin(x - x^2)$ an der Stelle $x = 1$ nach Taylor bis zur zweiten Ordnung (einschließlich). 3 P.