# Mathematatik für Ingenieure
# Klausur: Differentialrechnung

**Jörn Loviscach**
**23. Februar 2001**

**Maximale Punktzahl: 29, Mindestpunktzahl: 9**
**Dauer: 90 Minuten**
**Hilfsmittel: keine**
**(d. h. kein Taschenrechner, keine Formelsammlung, kein Skript)**

| Nachname, Vorname |
|---|
| |

| Matrikelnummer |
|---|
| |

1. Geben Sie eine Rechenvorschrift für das allgemeine Folgenglied $a_n$ an: 1 P.

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | ... |
|---|---|---|---|---|---|
| $a_n$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | ... |

2. Geben Sie eine Rechenvorschrift für das allgemeine Folgenglied $a_n$ an: 2 P.

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | ... |
|---|---|---|---|---|---|
| $a_n$ | $2\frac{1}{2}$ | $3\frac{1}{3}$ | $2\frac{3}{4}$ | $3\frac{1}{5}$ | ... |

3. Geben Sie eine Folge $a_n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, an, sodass $a_n\, 7^n$ für $n \to \infty$ konvergiert. 1 P.

4. Ist die Folge $\frac{n^2}{4n+5}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, konvergent? Wenn ja, was ist ihr Grenzwert? 1 P.

5. Ist die Folge $\frac{3n^2+\sin(n)}{4n^2+n}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, konvergent? Wenn ja, was ist ihr Grenzwert? 2 P.

6. Geben Sie die Summe der Reihe $1 + \frac{5}{6} + \frac{25}{36} + \ldots + \frac{5^k}{6^k} + \ldots$ an. 1 P.

7. Geben Sie die Summe der Reihe $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \ldots$ an. 1 P.

8. Geben Sie die Nullstellen der auf $\mathbb{R}\backslash\{-2,1\}$ definierten Funktion $f(x) = \frac{x^2-3x}{3x^2+3x-6}$ an. 1 P.

9. An welchen Stellen $x \in \mathbb{R}$ ist die Rechenvorschrift $f(x) = \frac{x^2+x-12}{2x^2+6x-8}$ nicht definiert? Welche Stellen davon sind Polstellen, welche nicht? 2 P.

10. Besitzt die auf $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = \frac{4x^5+8x^4+3}{2x^4+3x^3}$ definierte Funktion eine Asymptotengerade für $x \to \pm\infty$? Wenn ja, welche? 2 P.

11. Skizzieren Sie schematisch, wie die auf $\mathbb{R}\backslash\{0,2\}$ durch die Rechenvorschrift $f(x) = \frac{x+3}{x^4-2x^3}$ definierte Funktion $f$ für $x \downarrow 0$ und für $x \uparrow 0$ ins Unendliche läuft. (Rechenweg!) 2 P.

12. Begründen Sie, warum die auf $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = \sqrt{1+3(\sin x)^2}$ definierte Funktion für mindestens ein $x$ den Wert $\frac{3}{2}$ annehmen muss. 1 P.

13. Bestimmen Sie $\frac{d^2}{dx^2}(x^7 + 4x^2 + 1)$. 1 P.

14. Bestimmen Sie $\frac{d}{dz}\left(\frac{z^2}{2+\sin z}\right)$. (Ergebnis nicht weiter vereinfachen) 2 P.

15. An welcher Stelle $x \in \mathbb{R}$ besitzt $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 7$ ein lokales Maximum? Begründen Sie, dass es sich um ein lokales Maximum handelt. 2 P.

16. Ist die auf $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = e^{\cos x}$ definierte Funktion monoton wachsend oder monoton fallend oder keines von beiden? Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P.

17. Bestimmen Sie, an welchen Stellen $x$ sich Wendepunkte der Funktion $f$ befinden, die für $x \in \mathbb{R}$ durch $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$ definiert ist. 2 P.

18. Berechnen Sie den Grenzwert von $\frac{x}{\sin(7x)}$ für $x \to 0$, $x \neq 0$, mit der Regel von L'Hospital. 1 P.

19. Entwickeln Sie $\frac{1}{\sqrt{x}}$ an der Stelle $x = 4$ nach Taylor bis zur zweiten Ordnung (einschließlich). 3 P.